

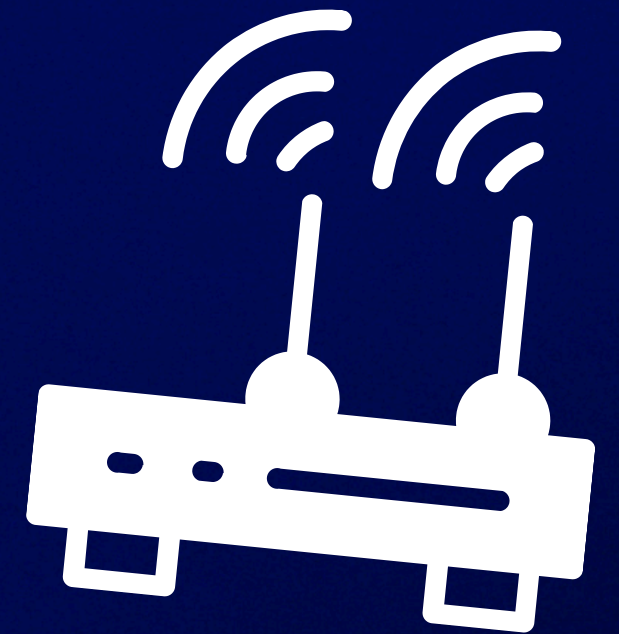
CHAÎNE DE TRANSMISSION NUMÉRIQUE



TP OFDM
N MODULATEURS COMPLEXES

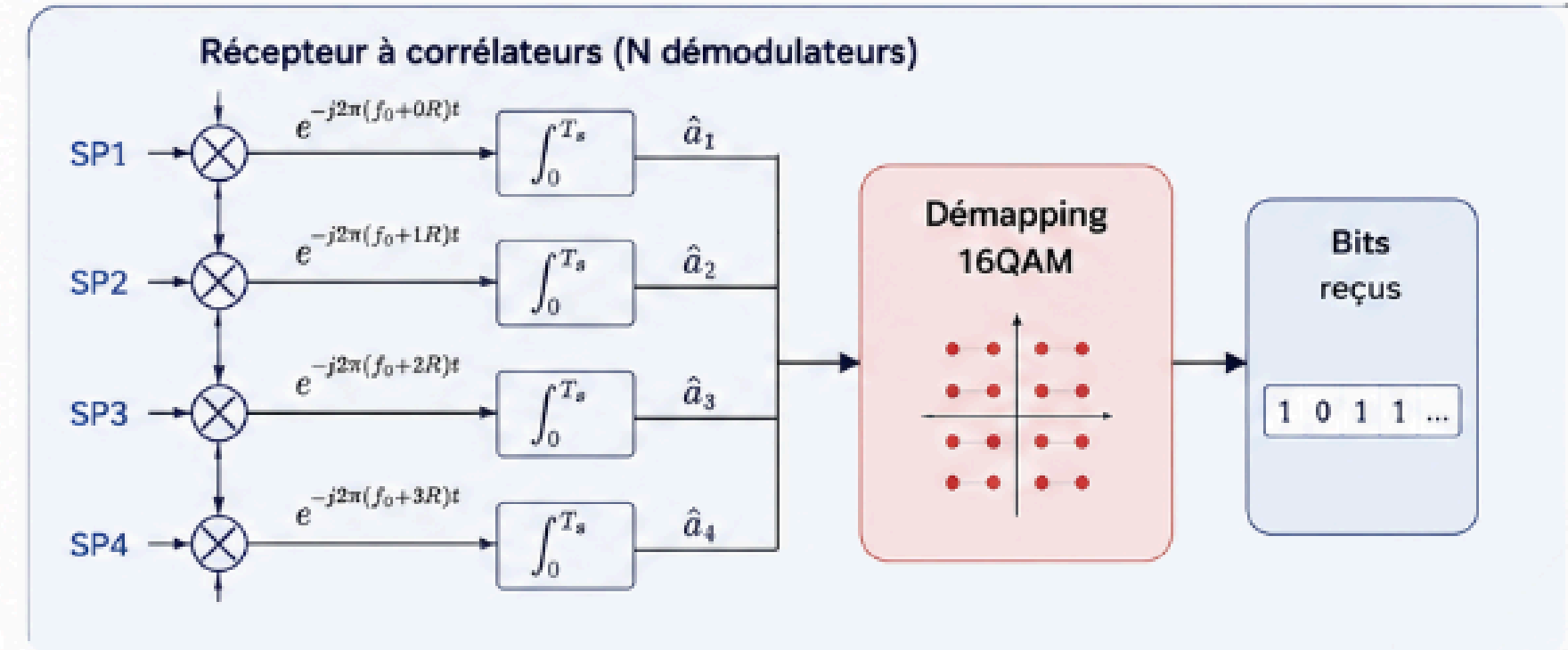
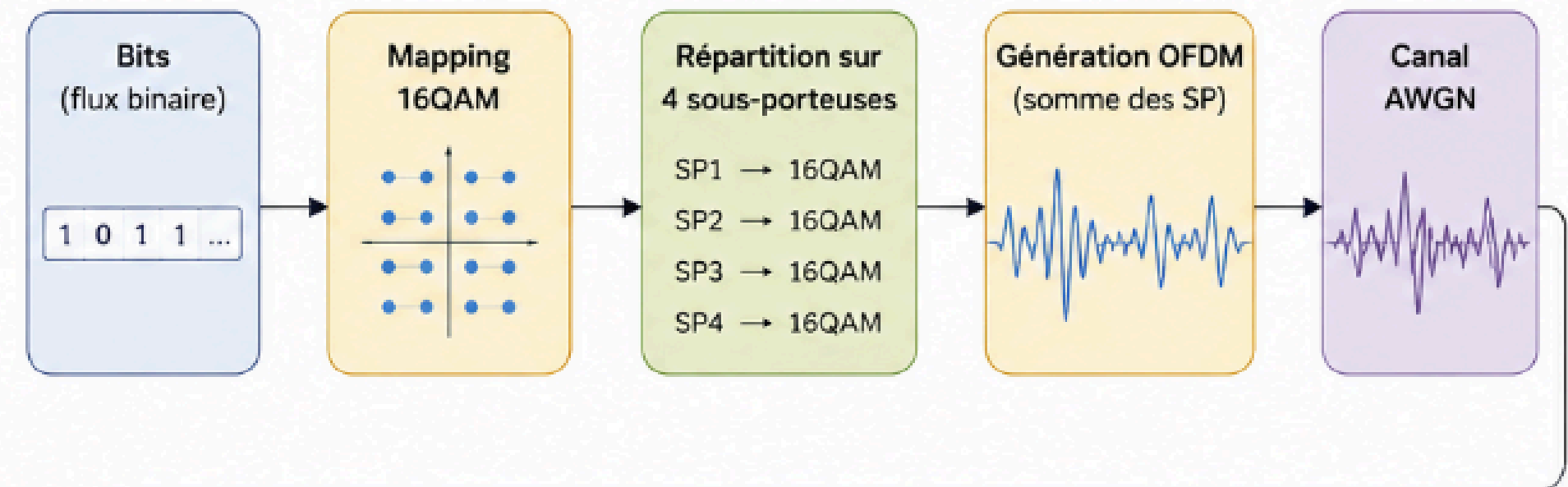
Module R402

RIGAUX Xavier

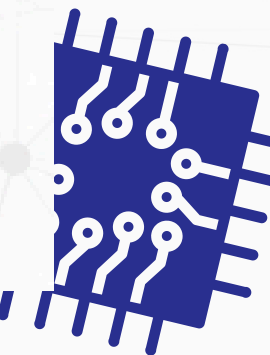


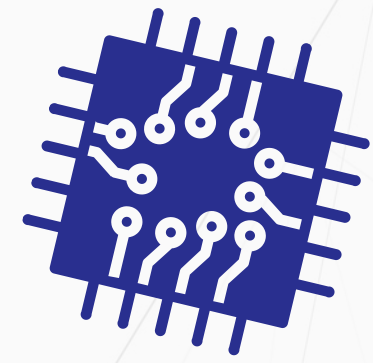
- **Comprendre** le principe d'une transmission OFDM
- **Répartir** un flux binaire sur 4 sous-porteuses orthogonales
- **Mapper** les données en 16QAM sur chaque sous-porteuse
- **Générer** le signal OFDM par somme des sous-porteuses modulées
- **Ajouter** un canal bruité AWGN (Additive White Gaussian Noise)
- **Récupérer** les symboles avec un récepteur à corrélateurs
- **Observer** l'impact d'un défaut d'orthogonalité entre sous-porteuses

Chaîne de transmission OFDM (N = 4 sous-porteuses)



$$\text{Condition d'orthogonalité : } \Delta f = R = \frac{1}{T_s} \quad (R : \text{rapidité de modulation})$$





ÉMETTEUR

schéma bloc simplifié

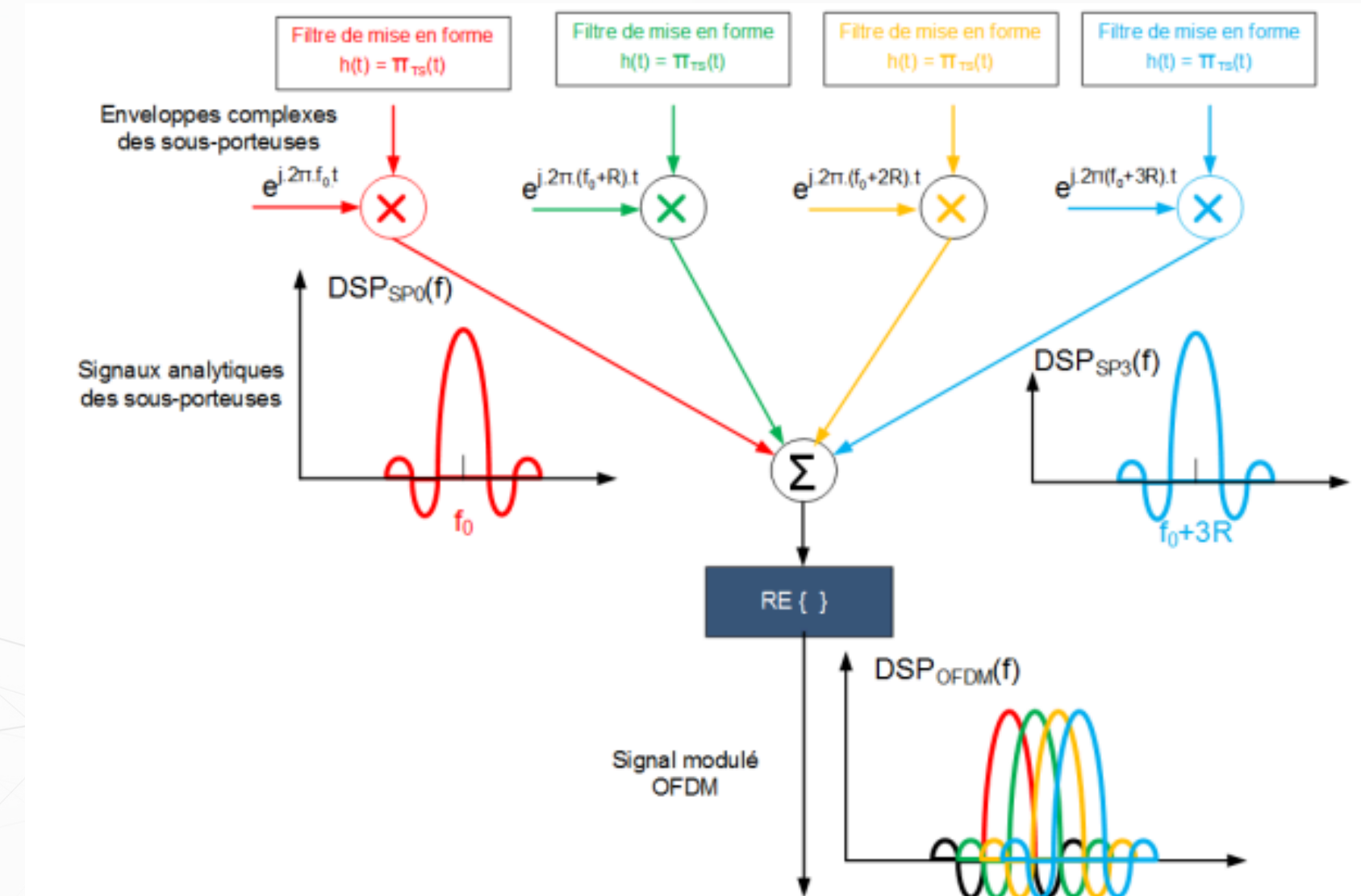
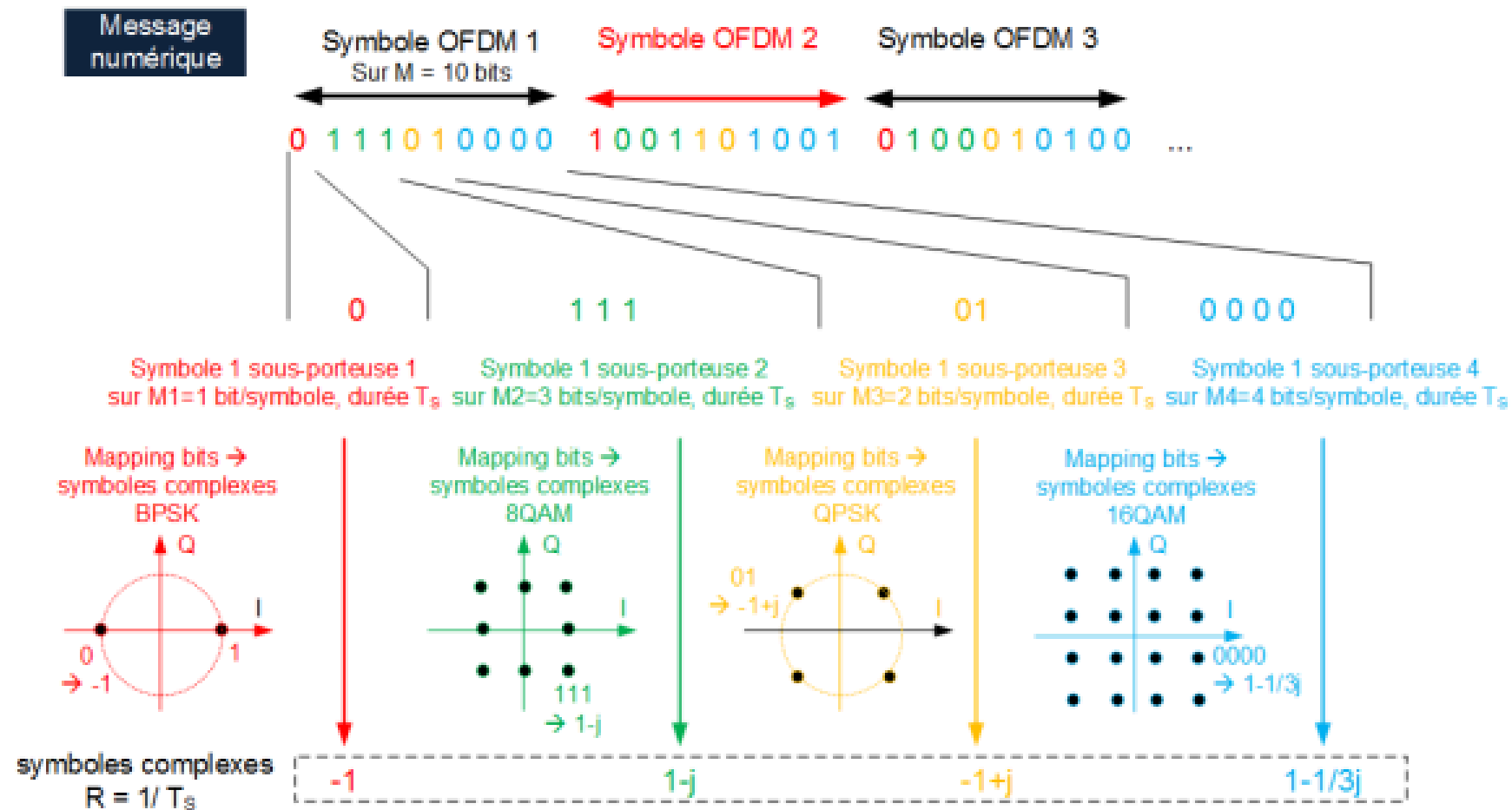


Figure 6 : Principe théorique d'un émetteur OFDM à N = 4 modulateurs complexes

ÉMETTEUR

Mapping 16QAM et mise en parallèle

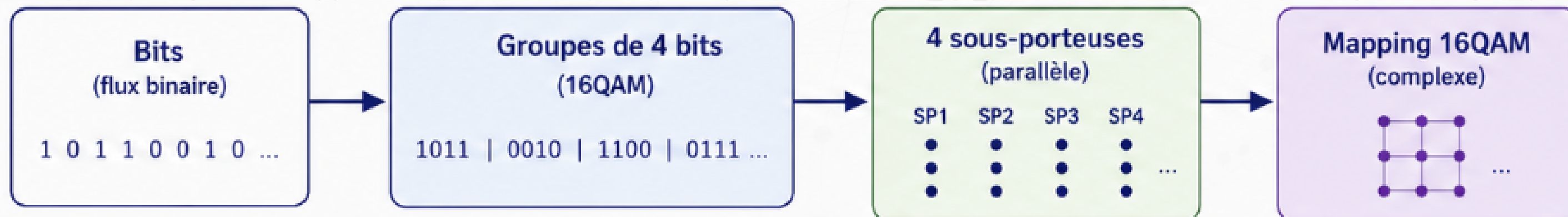
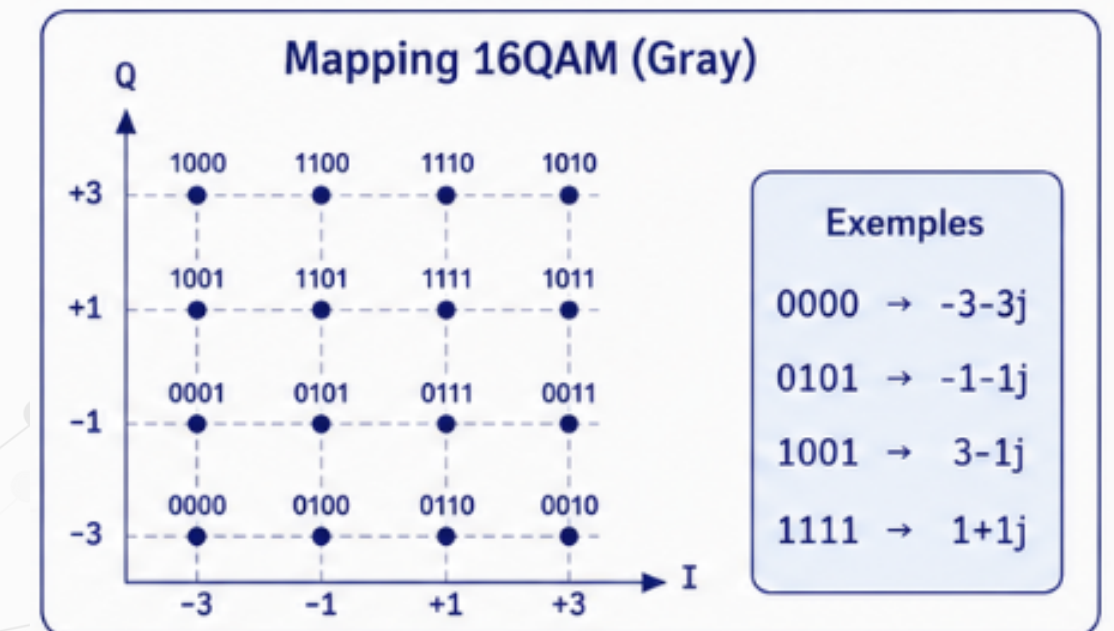
On regroupe les bits par paquets de 4 bits car chaque sous-porteuse utilise une modulation 16QAM.

Avec 4 sous-porteuses, un symbole OFDM transporte donc 16 bits.

Les bits sont ensuite réorganisés en parallèle avant le mapping complexe.

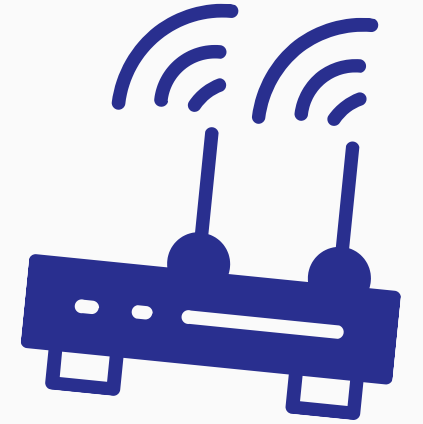
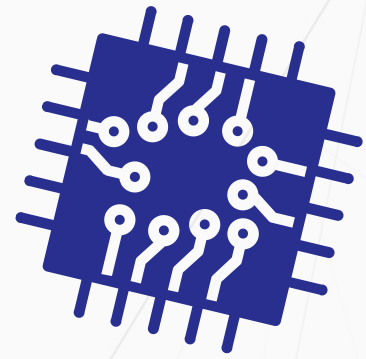
```
1 # Réorganisation des bits : en parallèle (4 sous-porteuses)
2 symbs_num_para = bits.reshape(nb_symb_ofdm, nb_sp, bits_par_symb_sp)
```

```
1 # Mapping 16QAM sur chaque sous-porteuse
2 symbs_mod_para = Ofdm.mapping(symbs_num_para, mapping_table)
```



ÉMETTEUR

Filtre de mise en forme rectangulaire



```
env_comp_para = np.repeat(
    syms_mod_para,
    upsampling,
    axis=1
)
```

```
N = env_comp_para.shape[1]
```

mapping 16QAM

syms_mod_para

$$\begin{bmatrix} -1-1j & -1-3j & \dots \\ 1+1j & 3-3j & \dots \\ -1+1j & 3+1j & \dots \\ -3-3j & -3-3j & \dots \end{bmatrix}$$

np.repeat(syms_mod_para, upsampling, axis = 1)

env_comp_para

$$\begin{bmatrix} -1-1j & -1-1j & -1-1j & -1-3j & -1-3j & -1-3j & \dots \\ 1+1j & 1+1j & 1+1j & 3-3j & 3-3j & 3-3j & \dots \\ -1+1j & -1+1j & -1+1j & 3+1j & 3+1j & 3+1j & \dots \\ -3-3j & -3-3j & -3-3j & -3-3j & -3-3j & -3-3j & \dots \end{bmatrix}$$

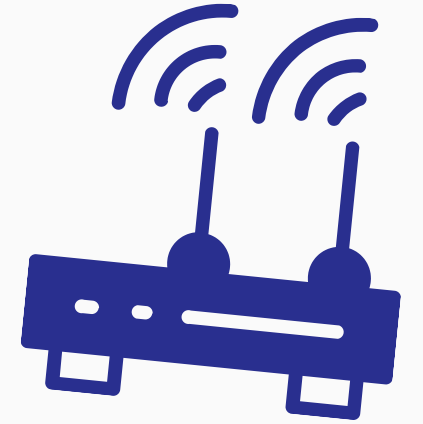
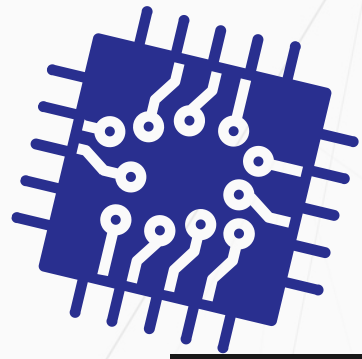
En Théorie :

$$x_{EC,n}(t) = \sum_k a_{k,n} h(t - kT_s)$$

$$h(t) = \Pi_{T_s}(t)$$

ÉMETTEUR

Génération des sous-porteuses OFDM



```
N = env_comp_para.shape[1]
# 1) Signaux analytiques de chaque sous-porteuse
exp_para = Ofdm.exp_para(nb_sp, f0, df, te, N)
sig_ana_sp = env_comp_para * exp_para
# 2) Signal analytique OFDM = somme des sous-porteuses
signal_ana_OFDM = np.sum(sig_ana_sp, axis=0)
# 3) Signal OFDM réel transmis
signal_OFDM = np.real(signal_ana_OFDM)
```

Chaque sous-porteuse est générée par multiplication avec une exponentielle complexe.

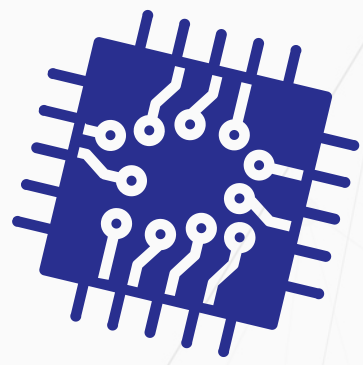
Les fréquences utilisées sont : 3 kHz, 4 kHz, 5 kHz et 6 kHz.

Les 4 sous-porteuses sont ensuite sommées pour former le signal OFDM.

$$x_{A,n}(t) = x_{EC,n}(t) e^{j2\pi(f_0+n\Delta f)t}$$

$$x_{OFDM}(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} x_{A,n}(t) \right\}$$

$$\Delta f = R = \frac{1}{T_s}$$

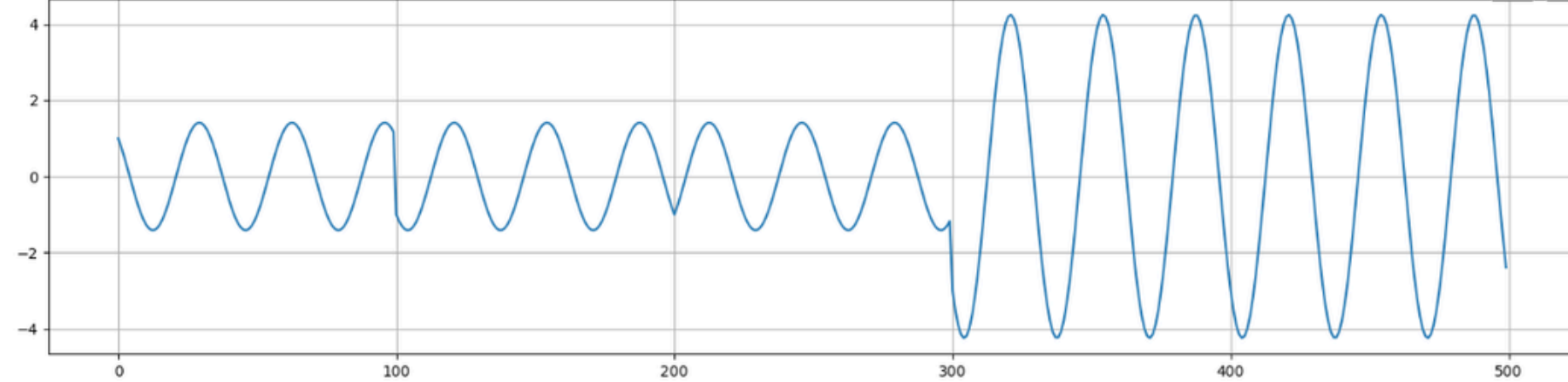


ÉMETTEUR

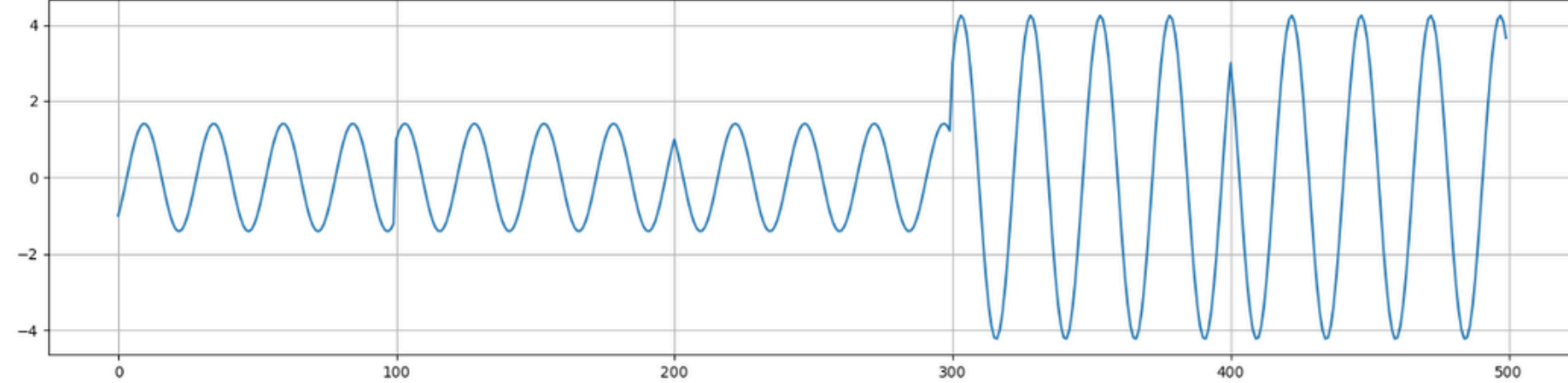
Visualisation temporelle des sous-porteuses



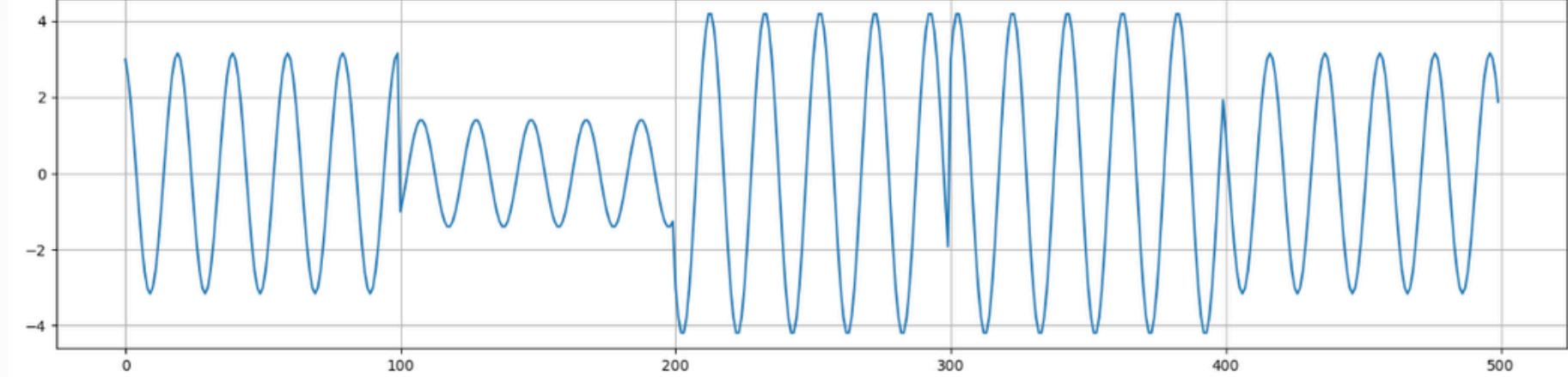
Signal 16QAM pour les 5 premiers symboles de la première sous-porteuse à $f_p=3\text{KHz}$



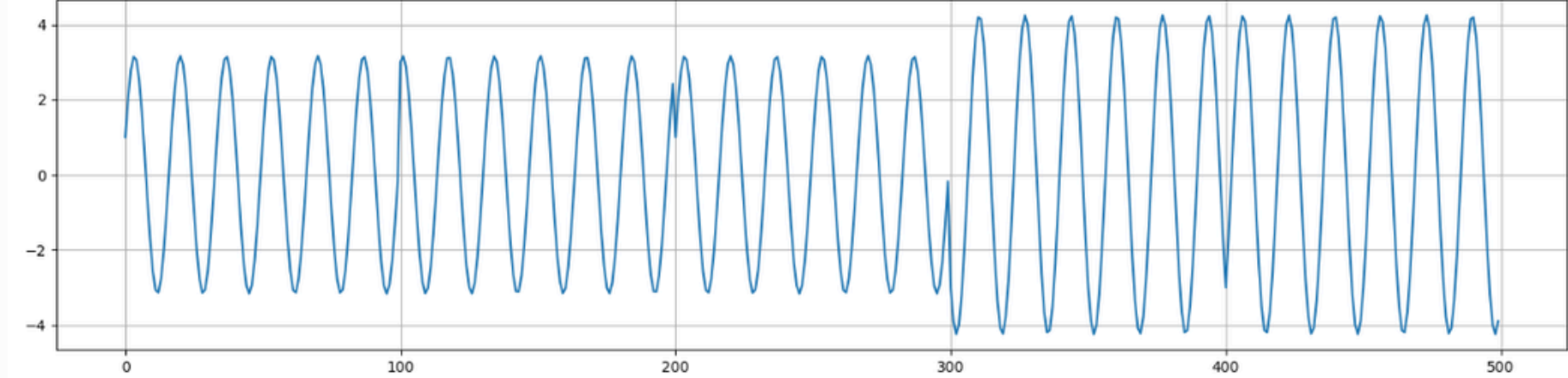
Signal 16QAM pour les 5 premiers symboles de la deuxième sous-porteuse à $f_p=4\text{KHz}$



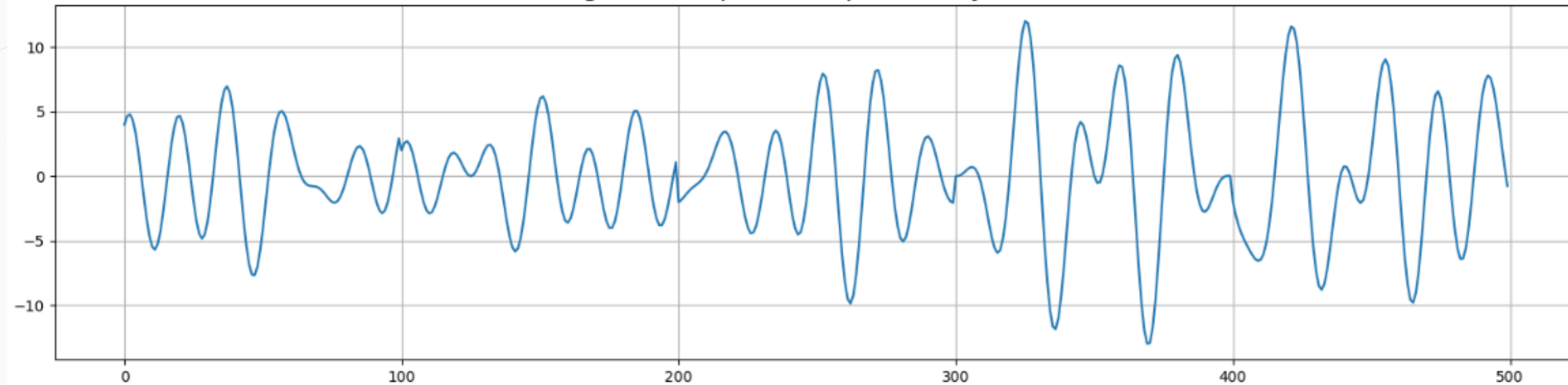
Signal 16QAM pour les 5 premiers symboles de la troisième sous-porteuse à $f_p=5\text{KHz}$

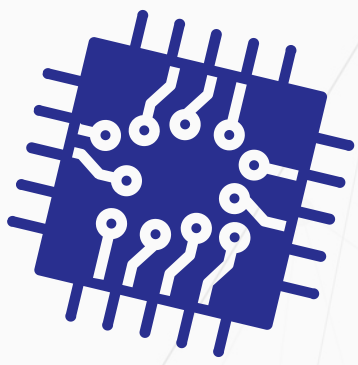


Signal 16QAM pour les 5 premiers symboles de la quatrième sous-porteuse à $f_p=6\text{KHz}$



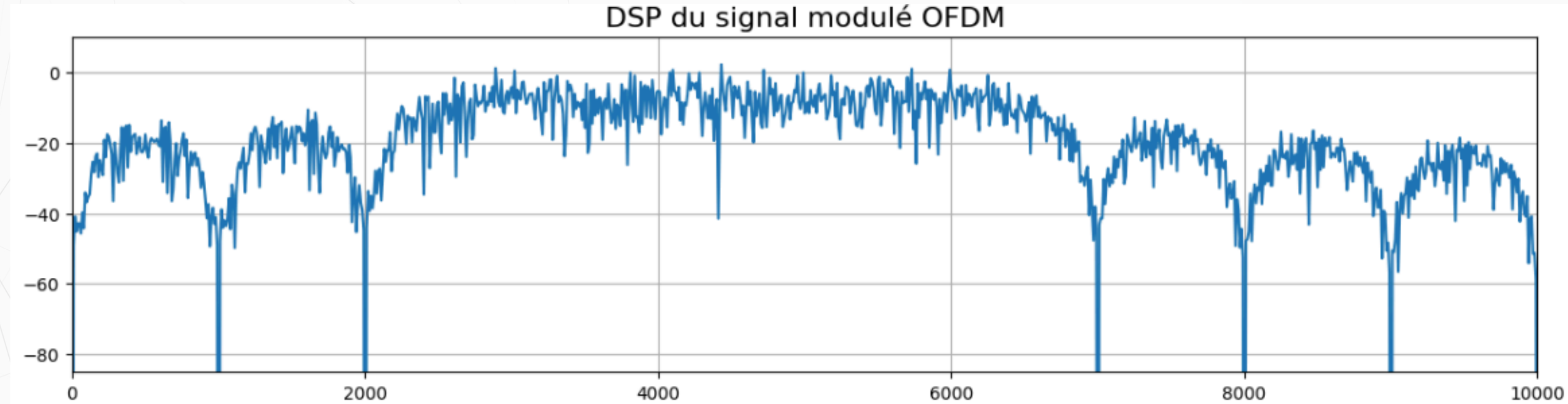
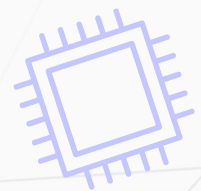
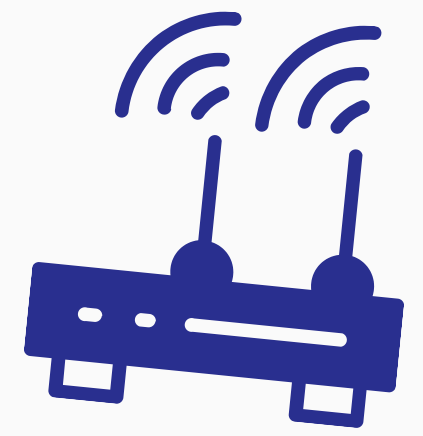
Signal OFDM pour les 5 premiers symboles





ÉMETTEUR

Analyse spectrale des sous-porteuses



La DSP permet d'observer la répartition fréquentielle du signal OFDM.

Les sous-porteuses sont espacées de :

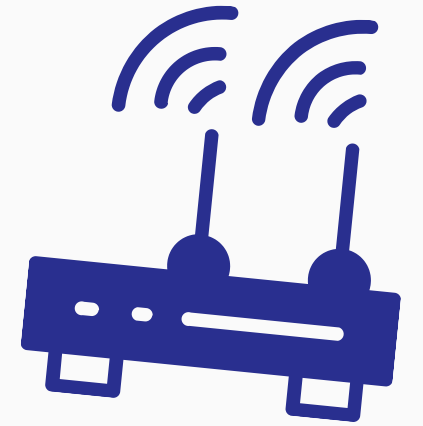
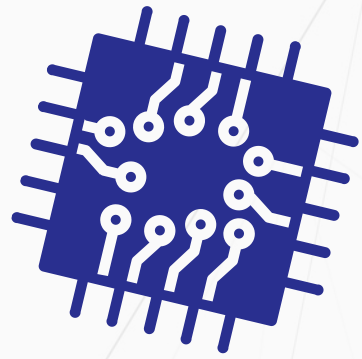
$$\Delta f = R = 1000 \text{ Hz}$$

$$\Delta f = R = \frac{1}{T_s}$$

Cet espacement permet de conserver l'orthogonalité entre les sous-porteuses.

CANAL AWGN

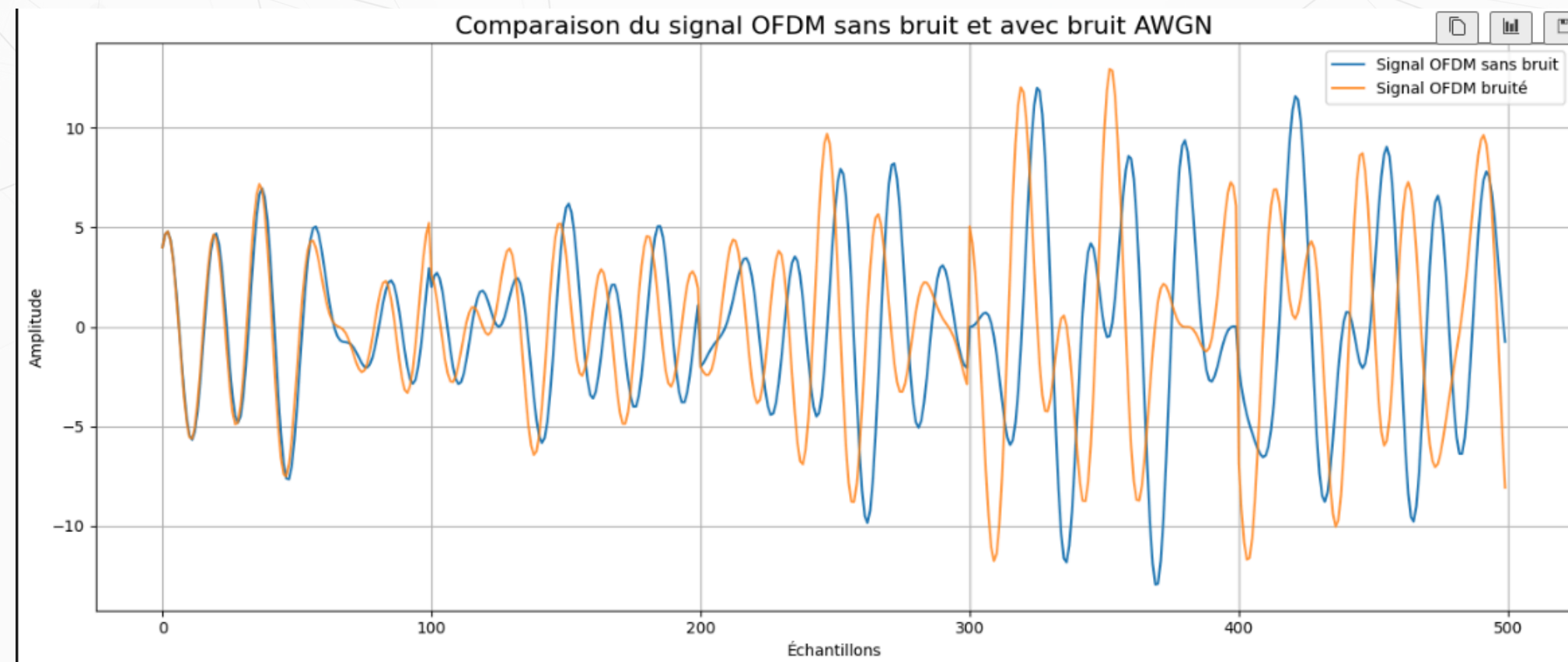
Simulation bruit blanc



```
@staticmethod
def awgn(signal, mean, std) :
    num_samples = len(signal)
    noise = np.random.normal(mean, std, size=num_samples)
    signal_bruite=signal+noise
    return(signal_bruite)
```

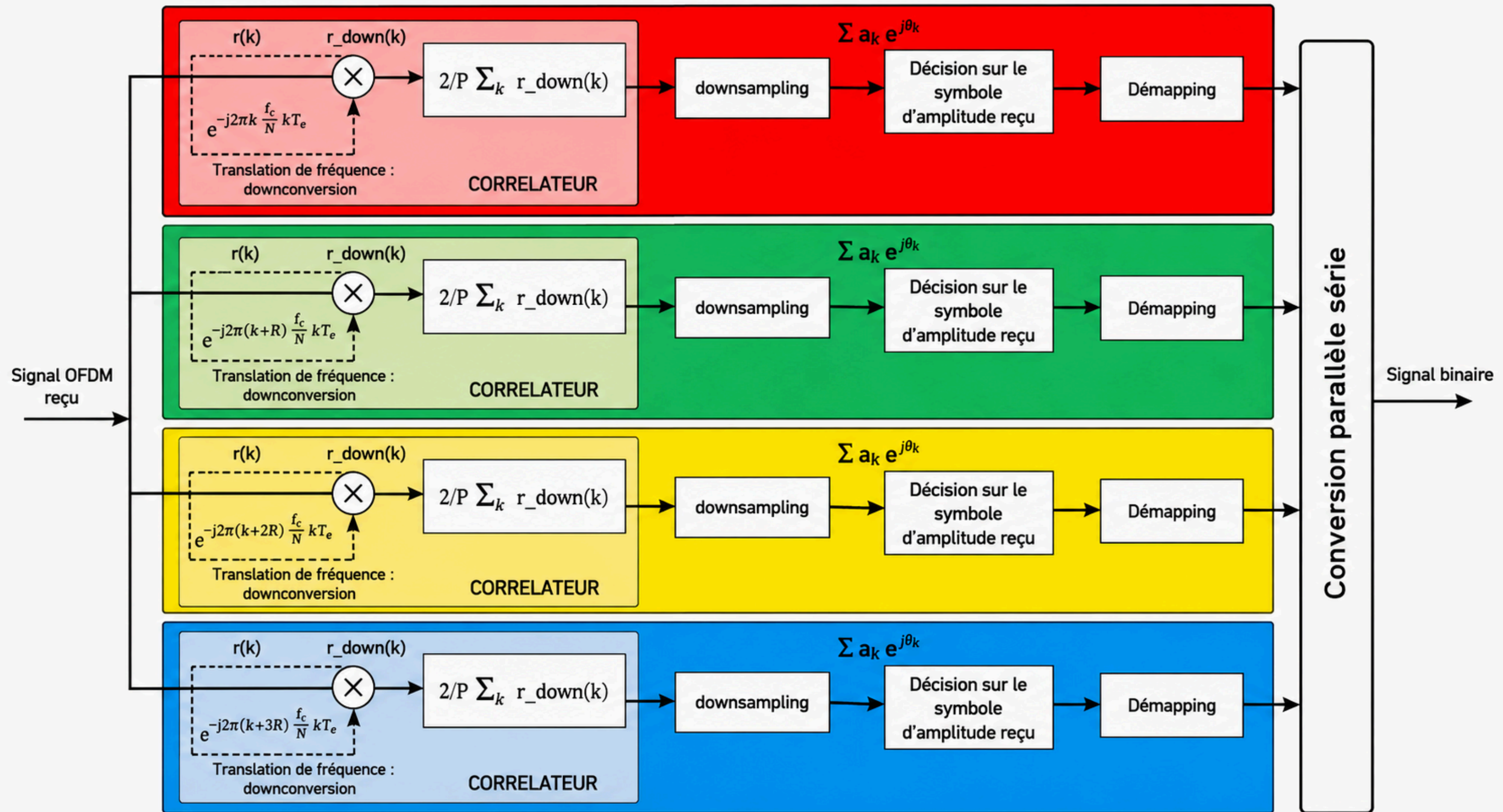
```
signal_OFDM_bruit = mycanal.awgn(signal_OFDM, 0, 0.4)
```

Le canal AWGN ajoute au signal OFDM un bruit aléatoire gaussien. Dans commNumv4, le paramètre 0.4 correspond à l'écart-type du bruit.



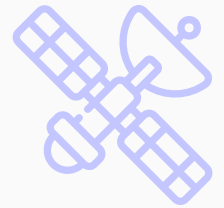
RÉCEPTEUR

schéma bloc simplifié

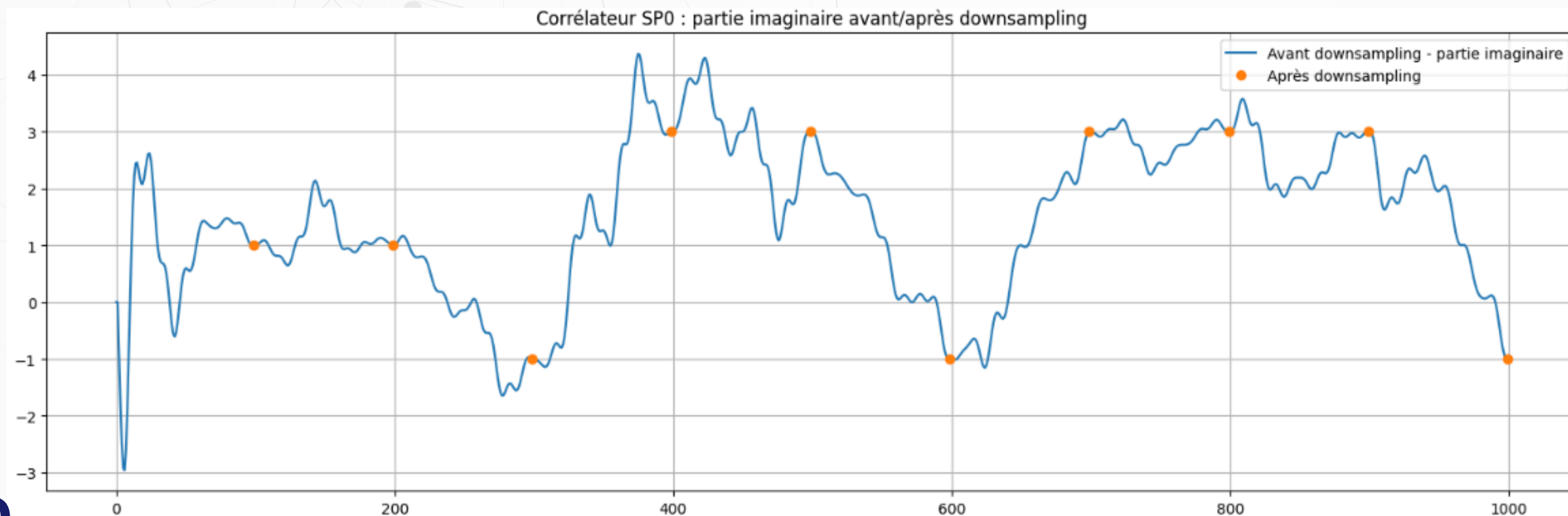
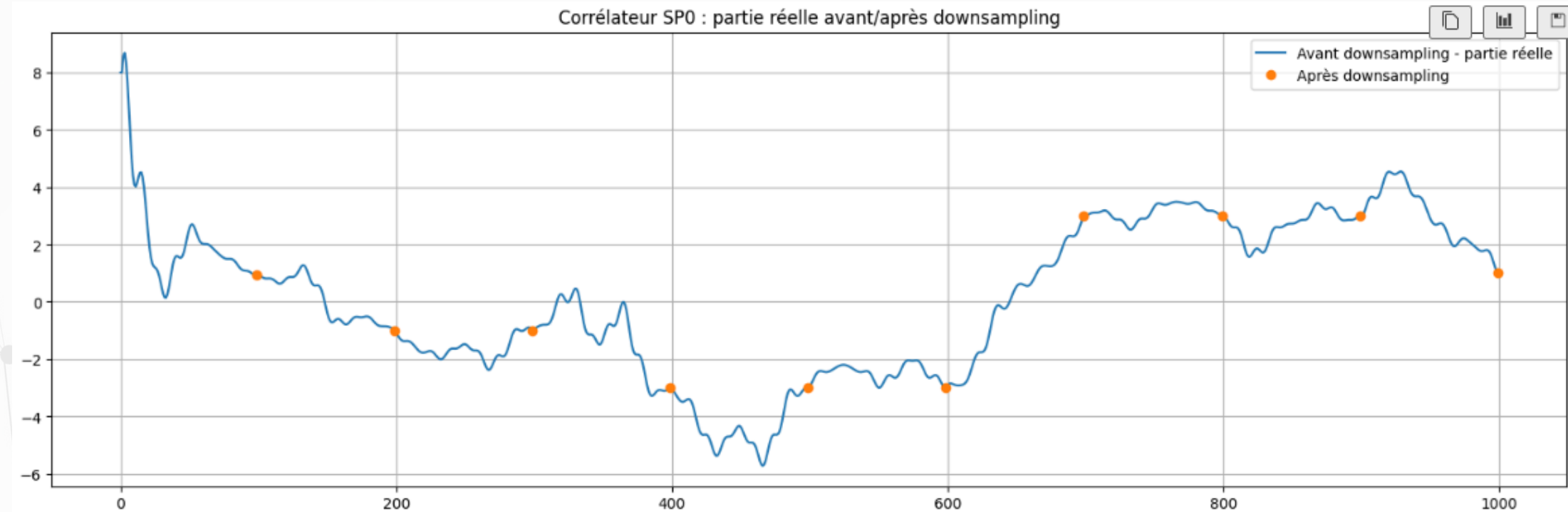


RÉCEPTEUR

Corrélateur sur la première sous-porteuse



```
fp0 = f0
decalage = upsampling - 1
signal_OFDM_down_sp0 = signal_OFDM * Ofdm.exp_comp(
    -fp0,
    te,
    len(signal_OFDM)
)
env_comp_rcv_sp0 = 2 * Ofdm.moy_glissante(
    signal_OFDM_down_sp0,
    upsampling
)
```

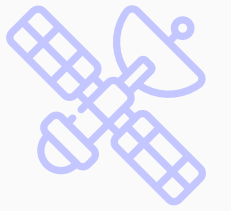


$$r_{down,0}(t) = r(t) e^{-j2\pi f_0 t}$$

$$\hat{x}_0(t) = 2 \cdot \frac{1}{P} \sum r_{down,0}(k)$$

RÉCEPTEUR

Boucle sur les 4 sous-porteuses



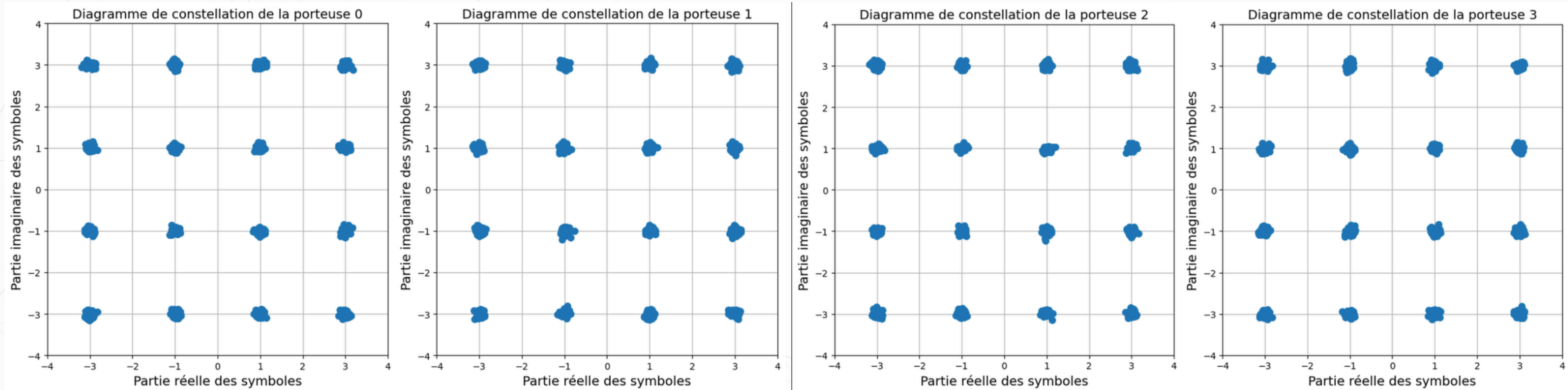
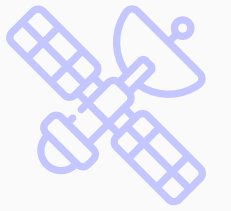
```
for i in range(nb_sp):  
    fp_i = f0 + i * df  
    signal_OFDM_down = signal_OFDM_bruit * Ofdm.exp_comp(-fp_i, te, len(signal_OFDM_bruit))  
    env_comp_rcv = 2 * Ofdm.moy_glissante(signal_OFDM_down, upsampling)  
    symbs_mod_para[i, :] = Ofdm.downsample(env_comp_rcv, upsampling, decalage)  
    symbs_detect = Ofdm.detection(symbs_mod_para[i, :], mapping_table)  
    bits_rcv_para[i, :] = Ofdm.demapping(symbs_detect, mapping_table)
```

Le même traitement est appliqué aux 4 sous-porteuses.

Pour chaque sous-porteuse :
downconversion → moyenne glissante → downsampling
→ détection 16QAM → démapping

RÉCEPTEUR

Constellations des sous-porteuses



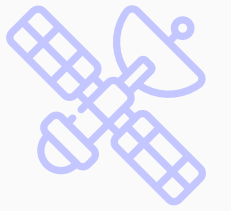
Après downconversion, moyenne glissante et downsampling, on récupère les symboles complexes de chaque sous-porteuse.

Les points forment une constellation 16QAM.

Le bruit AWGN crée un léger nuage autour des positions idéales.

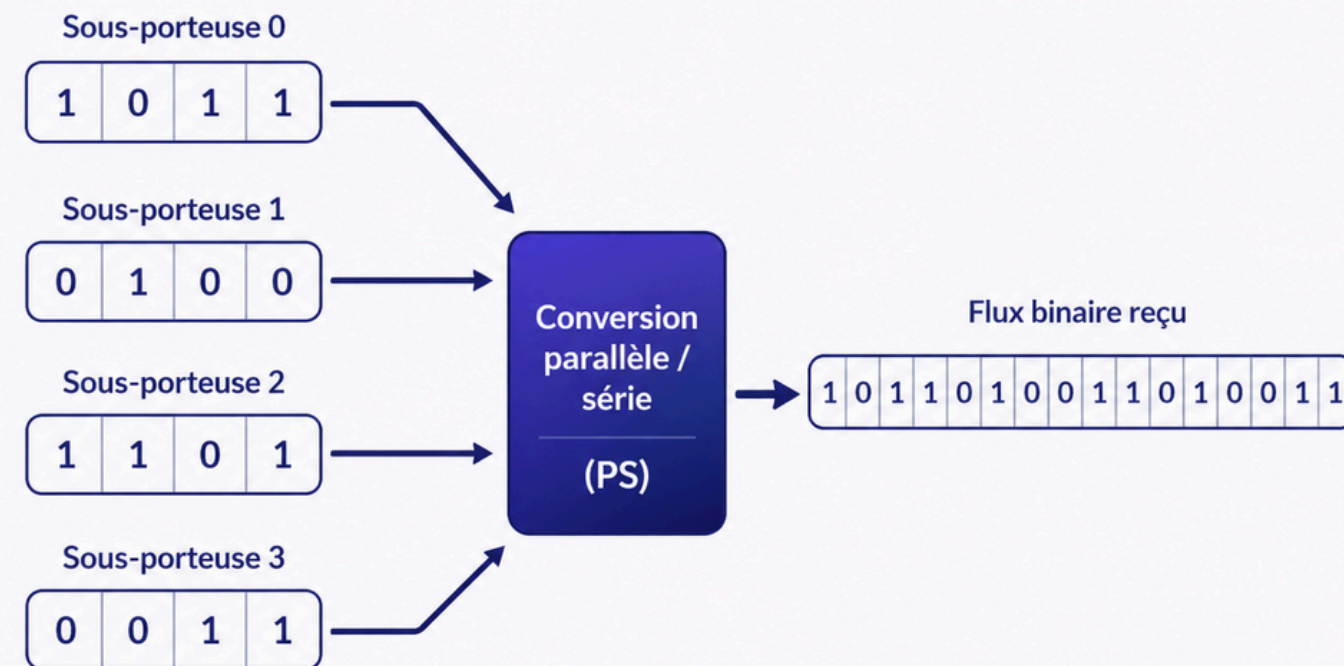
RÉCEPTEUR

Conversion parallèle / série



```
@staticmethod
def PS(bits_rcv_para, nb_sp, nb_symb_ofdm, bits_par_symb_sp):
    bits_rcv = np.empty((nb_symb_ofdm*nb_sp, bits_par_symb_sp), dtype=int)
    for i in range(nb_symb_ofdm):
        for j in range(nb_sp):
            bits_rcv[i*nb_sp+j,] = bits_rcv_para[j,i*bits_par_symb_sp:(i+1)*bits_par_symb_sp]
    return(bits_rcv.ravel())
```

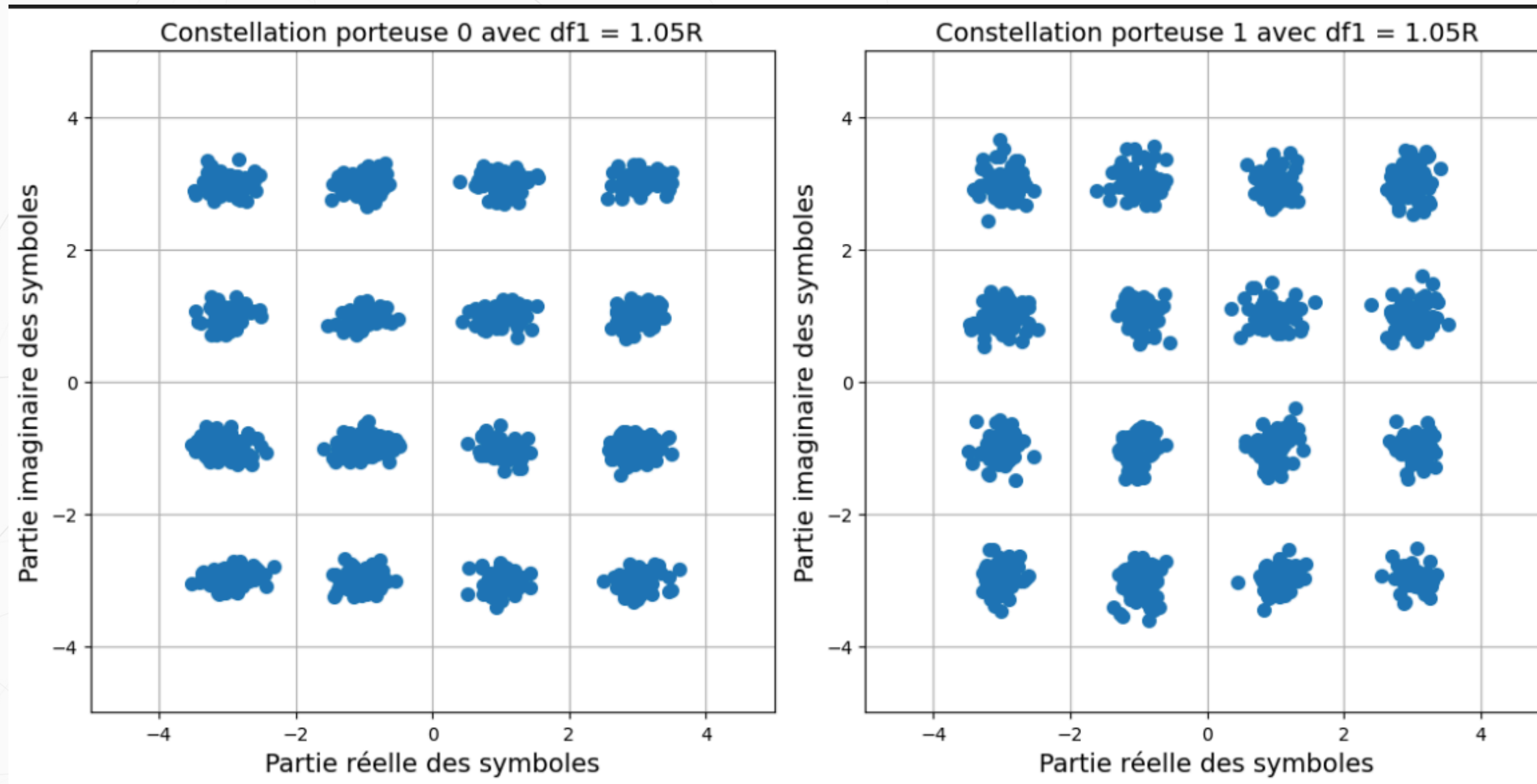
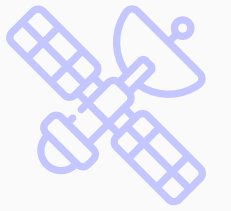
```
bits_rcv = Ofdm.PS(
    bits_rcv_para,
    nb_sp,
    nb_symb_ofdm,
    bits_par_symb_sp
)
```



Réorganisation des bits reçus par sous-porteuse en un vecteur unique

RÉCEPTEUR

Impact d'un défaut d'orthogonalité



Condition normale :
 $df = R = 1000 \text{ Hz}$

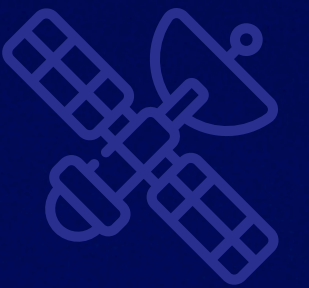
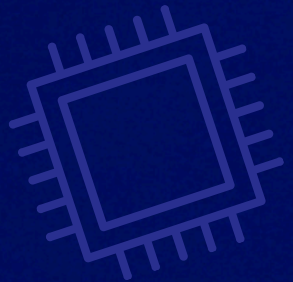
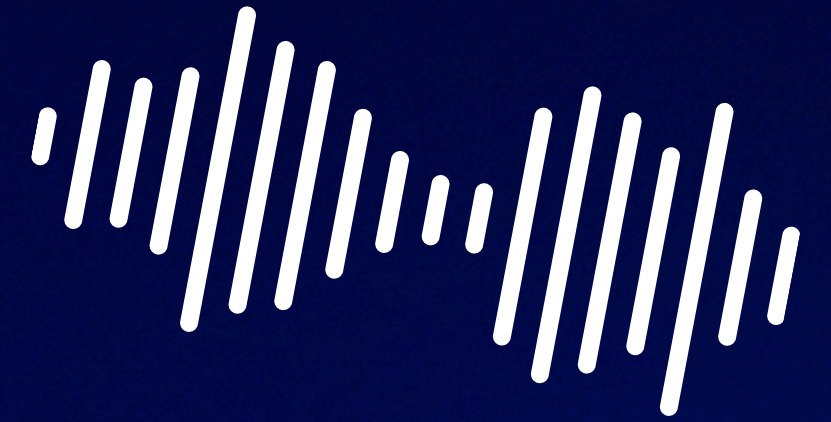
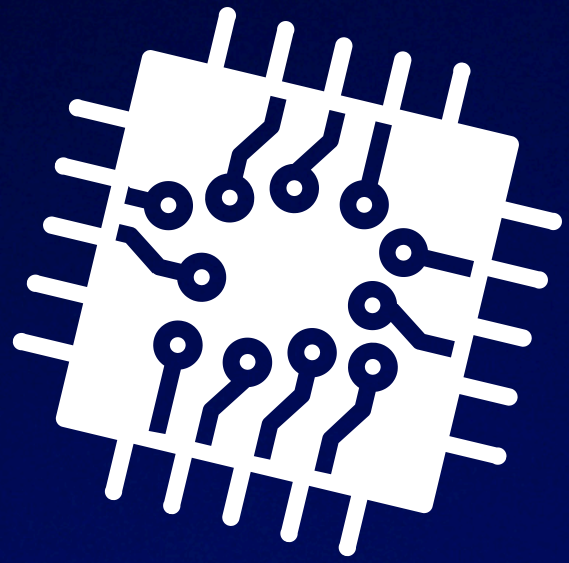
Test réalisé :
 $df1 = 1.05 \times R = 1050 \text{ Hz}$

Conséquence :
les sous-porteuses ne sont plus
parfaitement orthogonales.

$$\Delta f = R = \frac{1}{T_s}$$

Les points de constellation s'étalent :
chaque corrélateur récupère une partie
des autres sous-porteuses.

$\Delta f \neq R \Rightarrow$ perte d'orthogonalité



MERCI

